電子液体の電気的および磁気的応答函数

琉球大・理工　宜 野 座 光 昭

§1. 序

金属密度領域における電子液体の動的構造因子 $S(q,\omega)$ についての情報が，電子線および X 線散乱実験によって，得られるようになった[1]。Singwi 等の理論[2]はランダム位相近似をこえる最も適当な近似理論とされていたが，Kalia 等[3]は Singwi 等の理論に基づいた $S(q,\omega)$ と実験的に得られた $S(q,\omega)$ とを比較することによって，彼等の電気的応答函数 $D^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ は低振動数現象の説明には適当であるが，高振動数現象の説明には不適当であることを指摘した。 Goodman[4]は磁気的応答函数 $\chi^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ の第 3 振動数モーメントに特異な項が存在することを指摘した。ω - 非依存的 local field correction によって与えられるすべての $\chi^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ は，この項の存在が原因となって，第 3 和則あるいは帯磁率和則のいづれかを必然的に破る[5,6]。類似の困難が多成分量子プラズマについても存在する[7,8]。

所で，常磁性状態における電子液体の応答函数は次のように書くことが出来る[6,7]。

$$D^{\mathrm{r}}(q,\omega) = D^{(0)}/[1 - vD^{(0)}(1 - G_{+})] , \tag{1.1}$$

$$\chi^{\mathrm{r}}(q,\omega) = D^{(0)}/[1 + vD^{(0)}G_{-}] \tag{1.2}$$

ここで，$v(q) = 4\pi/q^2$，$D^{(0)}(q,\omega)$ は (3.9) によって定義され，そして，local field corrections $G_{\pm}(q,\omega)$ はスピン依存的 local field correction $G_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ によって

$$G_{\pm}(q,\omega) = [G_{\uparrow\uparrow}(q,\omega) \pm G_{\uparrow\downarrow}(q,\omega)]/2 \tag{1.3}$$

のように与えられる。上述の理論の困難は，低振動数現象のみならず高振動数現象の説明にも適当な理論においては，$G_{\pm}$ の ω-依存性は本質的に重要であることを示すものである。

さて，$\chi^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ の第 3 モーメントにある特異項は系の multi-pair 励起的応答に緊密に

結びついている。[5] 一方，$S(q,\omega)$ のピークの位置と幅についての Singwi 等の理論[2] の実験結果との大きなくい違いは Landau 減衰以外の減衰機構を考慮に入れることの重要性を暗示している。このような機構は multi-pair 励起によっておこる。従って D^{r}，χ^{r} についての上述の理論の困難の起源はお互いに密接に関係していると考えられまたその解決は multi-pair 励起の効果の正しい考慮に帰着すると考えられる。これらの函数は (1.1)，(1.2)，および (1.3) によって $G_{\sigma\sigma'}$ から統一的に得られるが，$G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性の正しい考慮はこれらの困難を同時に解決するようなものであるにちがいない。これらの困難の解決を試みたいくつかの研究[5,9,10] が存在しておりそれらはいづれも $G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性の考慮に相当するが，このような観点から見た場合，著者の知るかぎり，満足な解決には至ってない。

我々はある2時間グリーン函数の運動方程式を適当な近似で解いて2体相関函数のダイナミックスを求め，ω-依存的 $G_{\sigma\sigma'}$ を計算した。この $G_{\sigma\sigma'}$ によって与えられる応答函数を提案するのがこの論文の目的である。我々の結果は次のような性質を持つ。

(a) 完全遮蔽和則，スピン帯磁率和則，第1および第3和則を同時に満足するように，$G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性が考慮されている。

(b) 充分に大きい q あるいは ω に対して厳密な表式である。

(c) 充分に大きい q に対する我々の結果から対相関函数 $g_{\sigma\sigma'}(r)$ に関するよく知られた関係式：$[\partial g_{\sigma\sigma'}(r)/\partial r]_{r=0} = g_{\sigma\sigma'}(r=0)/a_{\mathrm{B}}$ が導かれる。ここで a_{B} はボーア半径である。

(d) Landau 減衰以外の減衰機構が考慮されている。

得られた結果の持つこのような性質のために，我々は観測された $S(q,\omega)$[1] の振舞いをこの結果に基づいて理解できると期待している。

§2 において ω-非依存的 $G_{\sigma\sigma'}$ 理論のもつ困難について議論し，§3 においてある2時間グリーン函数の運動方程式を近似的に解いて $G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性を求め，そして §4 においては得られた結果の持ついくつかの性質を議論する。

§2.　ω-非依存的 $G_{\sigma\sigma'}$ 理論の基礎的困難

正の背景電荷を持つ一様な電子液体を考える。この系の弱外場への電気的および磁気的応答はスピン依存的応答函数 $D^{r}_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ から計算される。この函数は次式によって

定義される遅延グリーン函数のフーリエ変換である。

$$D^{r}_{\sigma\sigma'}(q,t) = -i\,\theta(t) <[\rho_\sigma(\boldsymbol{q},t),\ \rho^{+}_{\sigma'}(\boldsymbol{q})]> \tag{2.1}$$

ここで，$<\text{---}>$ は正準集合平均，$\rho_\sigma(\boldsymbol{q},t)$ は σ スピン電子についての電荷密度揺動演算子 $\rho_\sigma(q)$ のハイゼンベルグ表示である。

いわゆる local mean-field theory (LFT) によると，$D^{r}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega)$ は次のように表現される[5]。

$$D^{r}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) = [\delta_{\sigma,\sigma'}D^{(0)}_{\sigma} - D^{(0)}_{\uparrow}D^{(0)}_{\downarrow}(\delta_{\sigma,\sigma'}[\phi_{\uparrow\uparrow}+\phi_{\downarrow\downarrow}] - \phi_{\sigma\sigma'})]/\triangle \tag{2.2}$$

ここで，

$$\triangle(\boldsymbol{q},\omega) = [1-\phi_{\uparrow\uparrow}D^{(0)}_{\uparrow}][1-\phi_{\downarrow\downarrow}D^{(0)}_{\downarrow}] - D^{(0)}_{\uparrow}\phi_{\uparrow\downarrow}\phi_{\downarrow\uparrow}D^{(0)}_{\downarrow},$$

$$\phi_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) = v(q)[1-G_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega)],$$

$$D^{(0)}_{\sigma}(\boldsymbol{q},\omega) = e^2\sum_{\boldsymbol{k}}\frac{n(\boldsymbol{k}\sigma) - n(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}\sigma)}{\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{q}/m - q^2/2m + i\,0^{+}} \tag{2.3}$$

この表式は電子相関の考察において有用な骨組を与えることはよく知られている。この骨組は，電子の真の運動量分布函数 $n(\boldsymbol{k}\sigma)$ といわゆる local field correction $G_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega)$ という2つの未知函数を含んでいるけれども，それ自身は近似ではない。
従って $D^{r}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega)$ の振動数モーメントについて，いつもの方法でハミルトニアンから計算されるものと (2.2) を直接に漸近展開して得られるものとは等しくなければならない。この条件は，$G_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\infty) < \infty$ という自明の仮定により1次の振動数モーメントについては常に満足されているが，3次の振動数モーメントについては次式の成立を結果する。

$$\begin{aligned} G_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\infty) &= \sum_{\sigma''}[\delta_{\sigma,\sigma''} - \delta_{\sigma,\sigma'}(n_{\sigma''}/n_\sigma)][1-g_{\sigma''\sigma'}(r=0)]/3 \\ &+ \sum_{\boldsymbol{q}'(\neq 0)}[\boldsymbol{q}\cdot\boldsymbol{q}'/qq']^2[g_{\sigma\sigma'}(q') - (1-\delta_{\boldsymbol{q},\boldsymbol{q}'})g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q}-\boldsymbol{q}')] \end{aligned} \tag{2.4}$$

ここで，n_σ は σ スピン電子数密度，$g_{\sigma\sigma'}(r)$ は σ スピン電子と σ' スピン電子の対相

関函数で $g_{\sigma\sigma'}(q)$ はそのフーリェ変換である。またこの式を得る際に文献 5) で計算されている $D^{\mathrm{r}}_{\sigma\sigma'}$ の第 3 モーメントの表式が利用された。この式は $G_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ の $\omega\to\infty$ における厳密な表式であり，特に注意したいのは右辺第 1 項である。この項はGoodman[4] によって指摘された $\chi^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ の第 3 モーメントにおける特異項に対応するものであり，q に依存せずかつ $q\to 0$ でのlocal fieldにおける主要項である。 また，物理的意味からは明らかであるが[5,6] (1.1)，(1.3) および (2.4) から示せるように，この項は $D^{\mathrm{r}}(q,\omega)$ の第 3 モーメントには現われない。

LFT では $n(k\sigma)$ と $G_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ に対して近似が取られるが，(2.4)はこのような近似理論が第 3 和則を満足するための $G_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ に対する条件でもある。さて，ω- 非依存的 local field correction を持つある近似理論を仮定し，この correction を $G_{\sigma\sigma'}(q)$ と書こう。もしこの理論が第 3 和則を満足するならば $G_{\sigma\sigma'}(q)$ は (2.4) に等しい。この場合の $G_{\sigma\sigma'}(q)$ から (1.3) によって求められる $G_{+}(q)$ は電気的応答函数の LFT においてPathak-Vashishta[11] によって提案されたものである。しかしながらこの $G_{\sigma\sigma'}$ は，(1.3) と (2.4) から示せるように，$q\to 0$ で $G_{+}(q)=O(q^2)$ と $G_{-}(q)=[g_{\uparrow\downarrow}(r{=}0)-1]/3$ を与える。従って (1.1)，(1.2) から解るように，このような理論は完全遮蔽和則は満足するが帯磁率和則は満足しないという物理的でない結果を含んでいる。[5,6]

Goodman-Sjölander[5] は Toigo-Woodruff[12] の運動方程式の切断に基づいて $G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性を考察したが上述の困難の解決にはならなかった。これはこのような切断が低振動数領域では破綻していることを意味する。上述の困難が χ^{r} の第 3 モーメントの特異項によるものであり，かつこの項が multi-pair 励起的応答に結びつくものであることを考えると，この困難の解決は 2 粒子相関のダイナミックスを正しく考慮する問題に帰着すると思われる。

§3. $G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性の計算

以下において，$C^{+}(k\sigma)$，$C(k\sigma)$ はそれぞれ $k\sigma$ 電子の生成，消滅演算子でありまた $A(t)$，$B(t)$ をハイゼンベルグ演算子として $-i\theta(t)\langle[A(t),\,B(0)]\rangle$ を $\langle\langle A:B\rangle\rangle^{t}$ と書き，そのフーリェ変換を $\langle\langle A:B\rangle\rangle^{\omega}$ と書くことにする。

函数 $\langle\langle C^{+}(k-q/2\sigma)\,C(k+q/2\sigma)\,:\,\rho^{+}_{\sigma'}(q)\rangle\rangle^{t}$ に対する運動方程式と (2.1) より

$$D^{\mathrm{r}}_{\sigma\sigma'}(q,\omega) = \delta_{\sigma,\sigma'} D^{(0)}_{\sigma}(q,\omega) + v(q) D^{(0)}_{\sigma}(q,\omega) \sum_{\sigma''} D^{\mathrm{r}}_{\sigma''\sigma'}(q,\omega) + R_{\sigma\sigma'}(q,\omega) \tag{3.1}$$

ここで，

$$R_{\sigma\sigma'}(q,\omega) = \sum_{q'} \sum_{k} \sum_{k'',\sigma''} v(q') R_{\sigma\sigma'':\sigma'}(k,k''; q-q', q', \omega) \times \left[F_1(k+q'/2; q,\omega) - F_1(k-q'/2; q,\omega) \right], \tag{3.2}$$

$$F_1(k; q,\omega) = \left[\omega - kq/m + i0^+\right]^{-1},$$

$$R_{\sigma\sigma'':\sigma'}(k,k''; q,q',\omega) = \langle\langle \gamma(k\sigma, k''\sigma''; q,q') : \rho^+_{\sigma'}(q+q') \rangle\rangle^{\omega}, \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}\gamma(k\sigma,k''\sigma''; q,q') = {} & C^+(k-q/2\sigma)C^+(k''-q'/2\sigma'')C(k''+q'/2\sigma'')C(k+q/2\sigma) \\ & - \delta_{q,0}\, n(k\sigma) C^+(k''-q'/2\sigma'')C(k''+q'/2\sigma'') \\ & - \delta_{q',0}\, n(k''\sigma'') C^+(k-q/2\sigma)C(k+q/2\sigma)\end{aligned}$$

方程式 (3.1) において $R_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$ を無視する近似はランダム位相近似である。従ってこの近似をこえる理論へ進むためには (3.3) を計算しなければならない。(3.3) は，$k\sigma$ 電子と $k''\sigma''$ 電子の相関の外場への応答を記述しており，その運動方程式は 2 粒子相関のダイナミックスを支配する。(3.3) に対する運動方程式を解く際に問題になるのは，クーロン相互作用エネルギー演算子 H_1 を含む項をどのように扱うかという事である。この項は

$$\begin{aligned}&\langle\langle [\gamma(k\sigma, k''\sigma''; q,q'), H_1] : \rho^+_{\sigma'}(q+q') \rangle\rangle^{\omega} \\ &= \frac{1}{2} \sum_{q''} v(q'') \langle\langle \{ [\gamma(k\sigma,k''\sigma''; q,q'), \rho^+(q'')] \rho(q'') \\ &\quad + \rho(q'') [\gamma(k\sigma,k''\sigma''; q,q'), \rho^+(q'')] \} : \rho^+_{\sigma'}(q+q') \rangle\rangle^{\omega}\end{aligned}$$

と書ける。我々は上式右辺の交換子をその正準集合平均で置きかえる近似を取る。故に，

$$\ll [\gamma(\boldsymbol{k}\sigma, \boldsymbol{k}''\sigma''; \boldsymbol{q}, \boldsymbol{q}'), H_1] : \rho^+_{\sigma'}(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{q}') \gg^{\omega}$$

$$\fallingdotseq <[\gamma(\boldsymbol{k}\sigma, \boldsymbol{k}''\sigma''; \boldsymbol{q}, \boldsymbol{q}'),\ \rho^+(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{q}')]> v(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{q}') \ll \rho(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{q}') : \rho^+_{\sigma'}(\boldsymbol{q}+\boldsymbol{q}') \gg^{\omega} \tag{3.4}$$

この近似で (3.3) に対する運動方程式を解きその解を (3.2) に代入して整理すると次式が得られる。

$$R_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) = \sum_{\sigma''}[\delta_{\sigma,\sigma'} + v\sum_{\alpha} D^{\mathrm{r}}_{\alpha\sigma'}]\, D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma''} + \sum_{\sigma''}[\delta_{\sigma'',\sigma'} + v\sum_{\alpha} D^{\mathrm{r}}_{\alpha\sigma'}]\, D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma''} \tag{3.5}$$

ここで,

$$\begin{pmatrix} D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) \\ D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) \end{pmatrix} = \sum_{\boldsymbol{q}'}\sum_{k,k'} v(q') \times [F_1(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}'/2; q,\omega) - F_1(k-q'/2; \boldsymbol{q},\omega)]\, F_2(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'; q-q', q', \omega) \times \begin{pmatrix} f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}/2, \boldsymbol{k}'; \boldsymbol{q}') - f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}/2, \boldsymbol{k}'; \boldsymbol{q}') \\ f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'-\boldsymbol{q}/2; \boldsymbol{q}'-\boldsymbol{q}) - f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'+\boldsymbol{q}/2; \boldsymbol{q}'-\boldsymbol{q}) \end{pmatrix} , \tag{3.6}$$

$$f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}';\boldsymbol{q}) = <C^+(\boldsymbol{k}-\boldsymbol{q}/2\sigma)\, C^+(\boldsymbol{k}'+q/2\sigma')\, C(\boldsymbol{k}'-q/2\sigma')\, C(\boldsymbol{k}+\boldsymbol{q}/2\sigma)> - \delta_{\boldsymbol{q},0}\, n(\boldsymbol{k}\sigma)\, n(\boldsymbol{k}'\sigma'),$$

$$F_2(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'; \boldsymbol{q}, \boldsymbol{q}', \omega) = [\omega - \boldsymbol{k}\boldsymbol{q}/m - \boldsymbol{k}'\boldsymbol{q}'/m + i0^+]^{-1}$$

(3.5) を (3.1) に代入して $D^{\mathrm{r}}_{\sigma\sigma'}$ を求めると次式を得る。

$$D^{\mathrm{r}}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) = \delta_{\sigma,\sigma'} D^{(0)}_{\sigma} + \delta_{\sigma,\sigma'}\sum_{\sigma''} D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma''} + D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'} + v I_{\sigma} I_{\sigma'}/\varepsilon \tag{3.7}$$

ここで,

$$\varepsilon(\boldsymbol{q},\omega) = 1 - v(q)\sum_{\sigma} I_{\sigma}(\boldsymbol{q},\omega) ,$$

$$I_{\sigma}(\boldsymbol{q},\omega) = D^{(0)}_{\sigma}(\boldsymbol{q},\omega) + \sum_{\sigma'}[D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'} + D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'}]$$

この結果を$G_{\sigma\sigma'}$で表現するために(2.2)を$G_{\sigma\sigma'}$について解くと,

$$G_{\sigma\sigma'} = 1 + \frac{\delta_{\sigma,\sigma'}(D^{\mathrm{r}}_{\uparrow\uparrow} + D^{\mathrm{r}}_{\downarrow\downarrow}) - D^{\mathrm{r}}_{\sigma\sigma'}}{v[D^{\mathrm{r}}_{\downarrow\downarrow}\ D^{\mathrm{r}}_{\uparrow\uparrow} - D^{\mathrm{r}}_{\downarrow\uparrow}\ D^{\mathrm{r}}_{\uparrow\downarrow}]} - \frac{\delta_{\sigma,\sigma'}}{v D^{(0)}_{\sigma}}$$

この表式に(3.7)を代入すると

$$G_{\sigma\sigma'} = \frac{\delta_{\sigma,\sigma'}\ I'_{\sigma} - D^{\mathrm{C}}_{\uparrow\downarrow}}{v[I_{\uparrow}\ I_{\downarrow} - D^{\mathrm{C}}_{\downarrow\uparrow}(I_{\uparrow} + I_{\downarrow})]} - \frac{\delta_{\sigma,\sigma'}}{v D^{(0)}_{\sigma}} \tag{3.8}$$

ここで, $I'_{\uparrow} = I_{\downarrow}$, $I'_{\downarrow} = I_{\uparrow}$ 。常磁性状態においてはこの結果を(1.3)に代入して次式を得る。

$$G_{\pm}(\boldsymbol{q},\omega) = [v(q)\,K_{\pm}(\boldsymbol{q},\omega)]^{-1} - [v(q)\,D^{(0)}(\boldsymbol{q},\omega)]^{-1}$$

ここで,

$$K_{\pm}(\boldsymbol{q},\omega) = D^{(0)}(\boldsymbol{q},\omega) + \sum_{\sigma,\sigma'} D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q},\omega) + 2[D^{\mathrm{C}}_{\uparrow\uparrow}(\boldsymbol{q},\omega) \pm D^{\mathrm{C}}_{\uparrow\downarrow}(\boldsymbol{q},\omega)]\ ,$$

$$D^{(0)}(\boldsymbol{q},\omega) = D^{(0)}_{\uparrow}(\boldsymbol{q},\omega) + D^{(0)}_{\downarrow}(\boldsymbol{q},\omega) \tag{3.9}$$

§4. 議 論

(2.3)と(3.6)を$(\omega \pm q^2/2m)^{-1}$について展開することによって$D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'}/D^{(0)}_{\sigma}$, $D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'}/D^{(0)}_{\sigma}$は$(\omega \pm q^2/2m)^{-2}$のオーダーであることが解る。(3.8)をこれらの比について展開してこれに上で得た$D^{(0)}_{\sigma}$, $D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'}$, $D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'}$の展開式を代入し,そして

$$\sum_{\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}'} f_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{k},\boldsymbol{k}';\boldsymbol{q}) = n_{\sigma}\,n_{\sigma'}\,g_{\sigma\sigma'}(\boldsymbol{q}) \tag{4.1}$$

を利用すると次式を得る。

$$\lim_{|\omega \pm q^2/2m| \to \infty} G_{\sigma\sigma'}(q,\omega)$$

$$= \sum_{\sigma''} [\delta_{\sigma'',\sigma} - (n_{\sigma''}/n_{\sigma})\,\alpha(q,\omega)\,\delta_{\sigma,\sigma'}][1 - g_{\sigma''\sigma'}(r=0)]/3$$

$$+ \sum_{q'} [\frac{(q \cdot q')^2}{q^2 q'^2} - \frac{(q \cdot (q+q'))^2}{q^2 (q+q')^2}]\, g_{\sigma\sigma'}(q) \tag{4.2}$$

ここで,

$$\alpha(q,\omega) = \frac{1}{2}[\frac{(\omega + q^2/2m)^2}{(\omega - q^2/2m)^2} + \frac{(\omega - q^2/2m)^2}{(\omega + q^2/2m)^2}]$$

(4.2) を (1.3) に代入して得られる G_+ は Niklasson[13] によって計算された厳密な結果に一致する。q を固定して $\omega \to \infty$ とすると $\alpha(q,\omega) = 1$ となるので, (4.2) は (2.4) に一致する。また充分に大きい q に対して (2.2) は次式のようになる。

$$D^{r}_{\sigma\sigma'}(q,\omega) = D^{(0)}_{\sigma}(q,\omega)[\delta_{\sigma,\sigma'} + v(q)\,D^{(0)}_{\sigma'}(q,\omega)(1 - G_{\sigma\sigma'}(q,\omega))]$$

この式に (2.3) と (4.2) を代入して得られる式と揺動散逸定理から次の 関係式を導くことができる。[13,14]

$$[\partial g_{\sigma\sigma'}(r)/\partial r]_{r=0} = g_{\sigma\sigma'}(r=0)/a_B\ , \quad a_B = (me^2)^{-1}$$

この関係式は電子液体が (3.7) によって記述される場合において 2 個の電子が充分に接近する時の振舞い方を示しているが, よく知られているように, この関係式は 2 体の Schrödinger 方程式からも導かれる。充分に大きい q あるいは ω で外場が変化するようになるにつれて系の応答は自由粒子系のそれに近づく。[13] この事が (3.3) 式に対する運動方程式を解く際に考慮されているので, 我々の結果は上述のような振舞いを持つ。一方, 小さな ω を持つ外場に対しては系の遅延的応答が重要になりクーロン力の長距離性が大切になってくるが, (2.3) と (3.6) から $q \to 0$ につれて $D^{(0)}_{\sigma}(q,0) = O(q^0)$, $D^{P}_{\sigma\sigma'}(q,0) = O(q^0)$, $D^{C}_{\sigma\sigma'}(q,0) = O(q^0)$ を示す事が出来る。これは, (3.8) と (1.3) より, $q \to 0$ につれて $G_{\pm}(q,0) = O(q^2)$ を与える。従って, 近似 (3.4) は§2

で指摘されたような困難を解決するように $G_{\sigma\sigma'}$ の ω-依存性を取り入れている。

Singwi 等[2]の G_+ は ω-非依存的なのでその local field は減衰しない。従って，彼等の $S(q,\omega)$ のピークの位置とその幅が測定値から大きくズレていることはlocal fieldの減衰機構の考慮の重要性を暗示している。Singwi 等の修正理論[9]や Jindal 等の理論[10]は，Lindhard 函数に粒子の collisional damping を現象論的に挿入している。これらの理論を (1.1) のように書き直して G_+ を求めると，これらの理論は G_+ で記述される local field に Landau 減衰以外の減衰機構を考慮したことに相当することが解る。この点に関して，運動方程式にもとづいて計算された我々の結果は，(3.6) から解るように，two-pair 励起機構を考慮することによって新しい減衰機構を取り入れている。函数 $D^{\mathrm{P}}_{\sigma\sigma'}$，$D^{\mathrm{C}}_{\sigma\sigma'}$ はそれぞれ相関ホールに相対的な電子の自己運動による応答および電子の回りの相関ホールのダイナミックスによる応答に結びつけられる。従って，この減衰はこれらの応答機構における減衰と解釈できる。

我々の結果は $n(k\sigma)$ と $f_{\sigma\sigma'}(k,k';q)$ の汎函数になっている。理論の完全さから言えばこれらの函数もまた (3.4) と等価な近似で求められるべきである。しかしながら，我々は結果の具体的応用の第1段階として $f_{\sigma\sigma'}(k,k';q) \fallingdotseq n(k\sigma)n(k'\sigma')g_{\sigma\sigma'}(q)$ としまた $n(k\sigma)$ は段階函数で近似する。このことは，$g_{\sigma\sigma'}(q)$ の定義式 (4.1) を満足しているので，上で議論されたすべての性質を変えない。$g_{\sigma\sigma'}(q)$ は原理的には第ゼロ和則を使って自己無撞着に決定される。数値的研究は進行中である。

参 考 文 献

1) D. M. Miliotis : Phys. Rev. B3, 701 (1971)
P. Zacharias : J. Phys. C7, L26 (1974)
P. M. Platzman and P. Eisenberger : Solid State Commu. **14**, 1 (1974)
P. Eisenberger, P. M. Platzman, and P. Schmidt : Phys. Rev. Lett. **34** (1), 18 (1975)
2) P. Vashishta and K. S. Singwi : Phys. Rev. B**6** (3), 875 (1972)
3) R. K. Kalia and G. Mukhopadhyay : Solid State Commu. **15**, 1243 (1974)
4) B. Goodman : Bull. Am. Phys. Soc. **16**, 63 (1971)
5) B. Goodman and A. Sjölander : Phys. Rev. B**8** (1), 200 (1973)
6) A. Sjölander : Nuovo Cimento B**23**, 124 (1974)

7) M. Ginoza : J. Phys. A**10** (11), L (1977)

8) M. Ginoza : to be published

9) G. Mukhopadhyay, R. K. Kalia, and K. S. Singwi : Phys. Rev. Lett. **34** (15), 950 (1975)

10) V. K. Jindal, H. B. Singh, and K. N. Pathak : Phys. Rev. B**15** (1), 252 (1977)

11) K. N. Pathak and P. Vashishta : Phys. Rev. B7 (8), 3649 (1973)

12) F. Toigo and T. O. Woodruff : Phys. Rev. B2 (10), 3958 (1970)

13) G. Niklasson : Phys. Rev. B**10** (8), 3052 (1974)

14) J. C. Kimball : Phys. Rev. A7 (5), 1648 (1973)